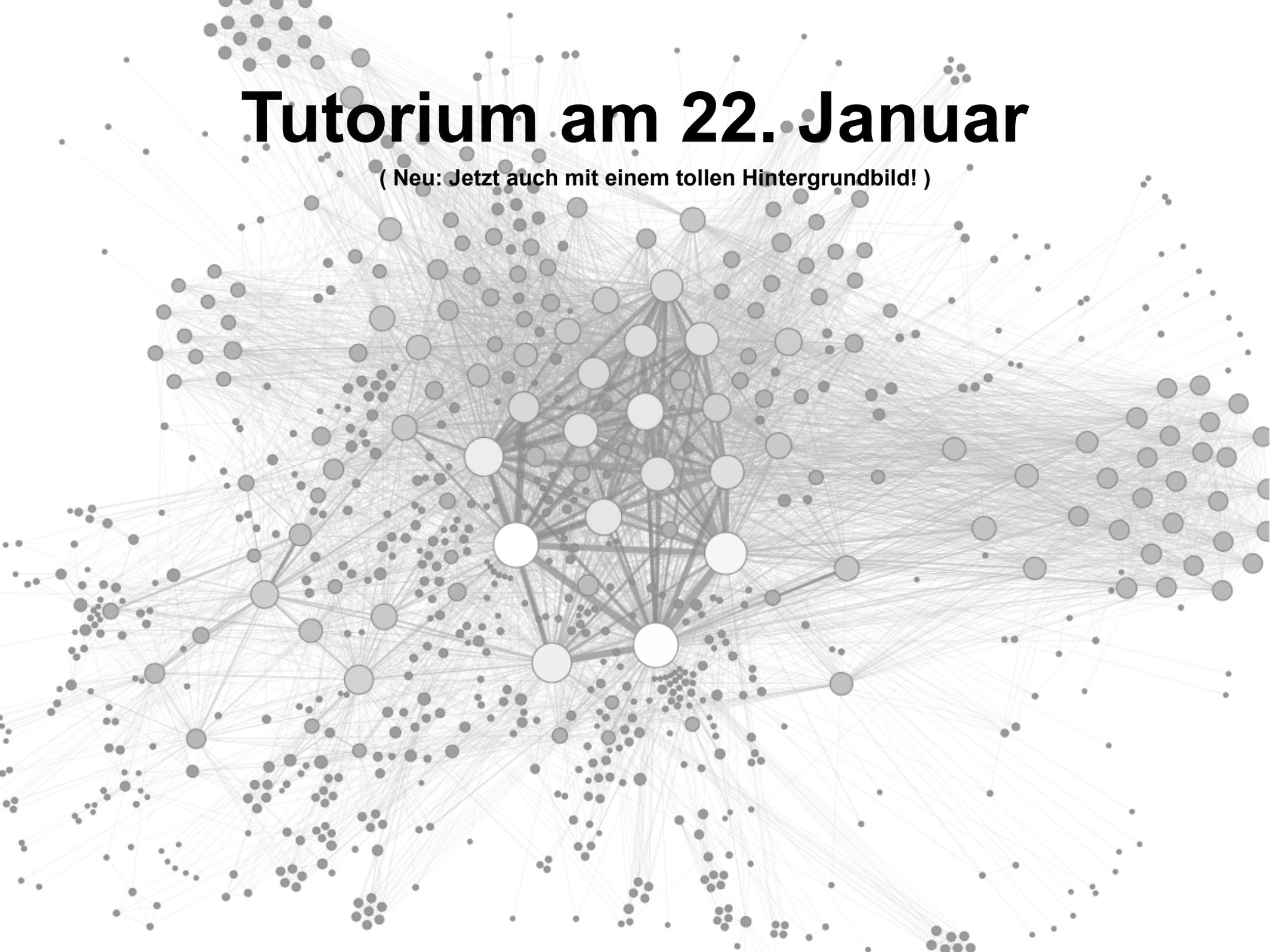


Tutorium am 22. Januar

(Neu: Jetzt auch mit einem tollen Hintergrundbild!)



Übungsaufgaben 09: Quick Falsification, Tableaux-Verfahren, KNF, DNF, Resolution

- (1) Weisen Sie durch Anwendung der Methode Quick Falsification nach, dass es sich bei den folgenden wfAs um Tautologien handelt.
- (a) $p \wedge \neg p \rightarrow q$
 - (b) $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$
 - (c) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$
- (2) Prüfen Sie mit Hilfe des Tableaux-Verfahrens, ob
- a. aus $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ der wfA $p \rightarrow r$ folgt
 - b. aus $(p \rightarrow q)$ der wfA $(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$ folgt
- Verwenden Sie hierfür die Baumnotation aus Spies (2004)
- (3) Konstruieren Sie Tableaux in der Tabellennotation von Partee et al. (1990), um die Gültigkeit der folgenden Folgerungsbeziehungen zu prüfen:
- a. $p \rightarrow (q \rightarrow r), \neg(\neg p \vee r) \models p \wedge \neg q$
 - b. $p \rightarrow q, q \wedge r \models p \wedge q$
 - c. $(p \rightarrow q) \wedge (s \vee t), t \rightarrow q \models (p \rightarrow q) \vee \neg(s \rightarrow q)$
- (4) Formen Sie den wfA $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ in eine DNF und in eine KNF um.
- (5) Bearbeiten Sie mit dem Resolutionsverfahren folgende Vorab-Diagnose für einen Patienten, der in ein Krankenhaus eingeliefert wird:
- c. Wenn eine Vergiftung vorliegt, muss der Magen ausgepumpt werden.
 - d. Wenn keine Vergiftung vorliegt, muss der Körper Prellungen aufweisen.
 - e. Wenn der Körper Prellungen aufweist, sind innere Organe verletzt worden.
 - Leiten Sie aus diesen Regeln (die zunächst in die KNF gebracht werden müssen) Empfehlungen für die weitere Behandlung ab.
 - Nehmen Sie dann an, dass die weiteren Untersuchungen ergeben, dass keine Prellungen vorliegen. Was können die Ärzte daraus folgern? (Hierzu muss das Ergebnis der vorhergehenden Resolutionsschritte um die neue Klausel erweitert werden, bevor die Resolution fortgesetzt wird).

(1) Weisen Sie durch Anwendung der Methode Quick Falsification nach, dass es sich bei den folgenden wfAs um Tautologien handelt.

(a) $p \wedge \neg p \rightarrow q$

(b) $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$

(c) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$

1/a) $p \wedge \neg p \Rightarrow q$

1/a) $p \wedge \neg p \Rightarrow q$

Annahme: 0

1/a)	p	\wedge	\neg	p	\Rightarrow	q
Annahme:					0	
Konsequenz:		1				0

1/a)	p	\wedge	\neg	p	\Rightarrow	q
Annahme:					0	
Konsequenz:		1				0
Konsequenz:	1		1			

$$1/b) \quad \neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$$

1/b) $\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

Annahme: 0

1/b) $\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

Annahme: 0

Konsequenz: 1 0

1/b) \neg p \Rightarrow $(p \Rightarrow q)$

Annahme:

0

Konsequenz:

1

0

Konsequenz:

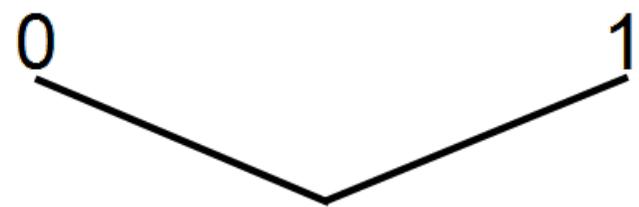
0

1

0

Widerspruch:

\perp



$$1/c) (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

$$1/c) (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

A: 0

1/c) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

A: 0

K: 1 0

1/c)	$(p \Rightarrow q)$	\wedge	$(q \Rightarrow r)$	\Rightarrow	$(p \Rightarrow r)$
A:				0	
K:		1			0
K:	1		1		0

1/c) $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

A: 0

K: 1 0

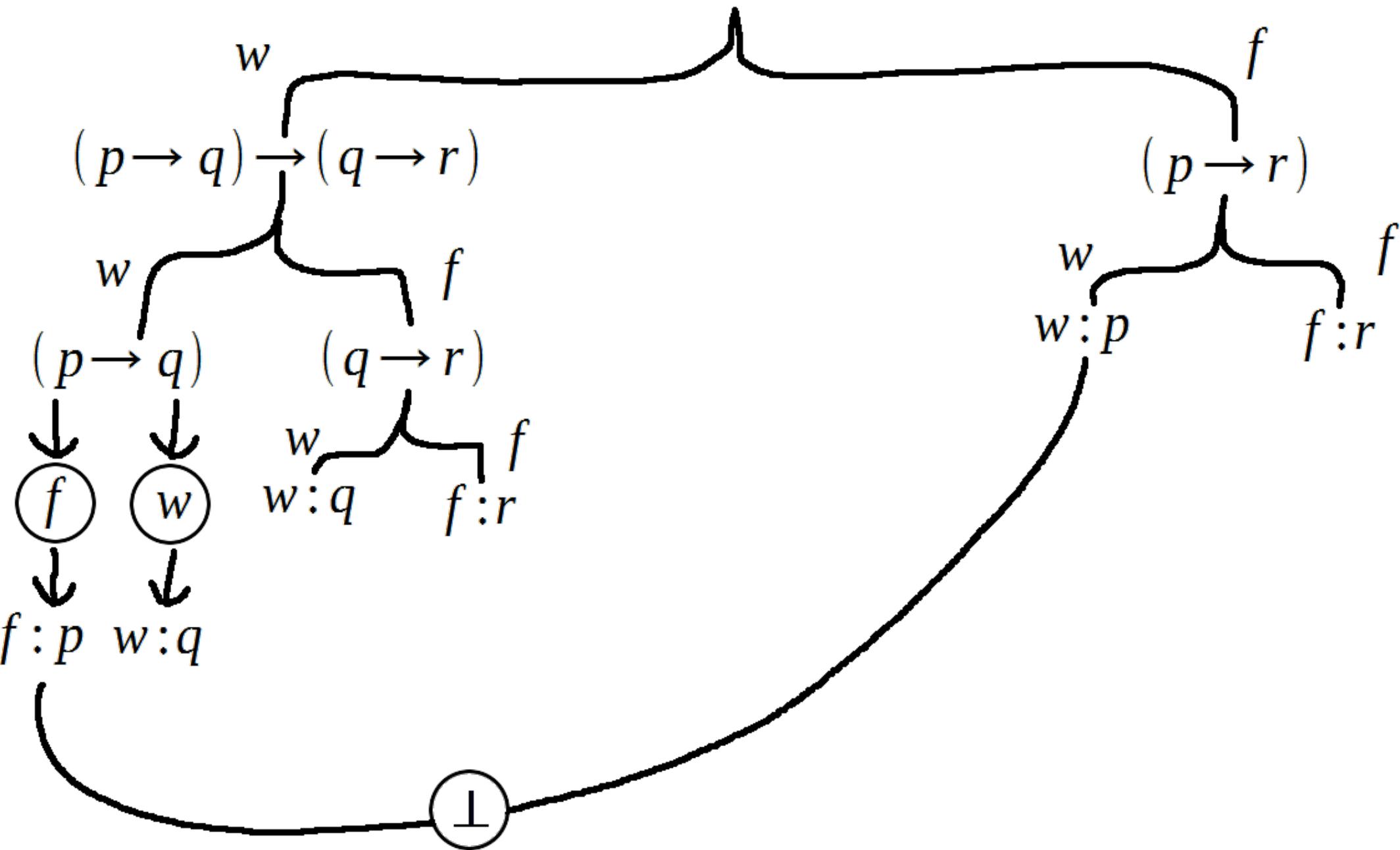
K: 1 1 1 0

O1:	1	1	1	1
O2:	0	1	0	1
O3:	0	0	0	0

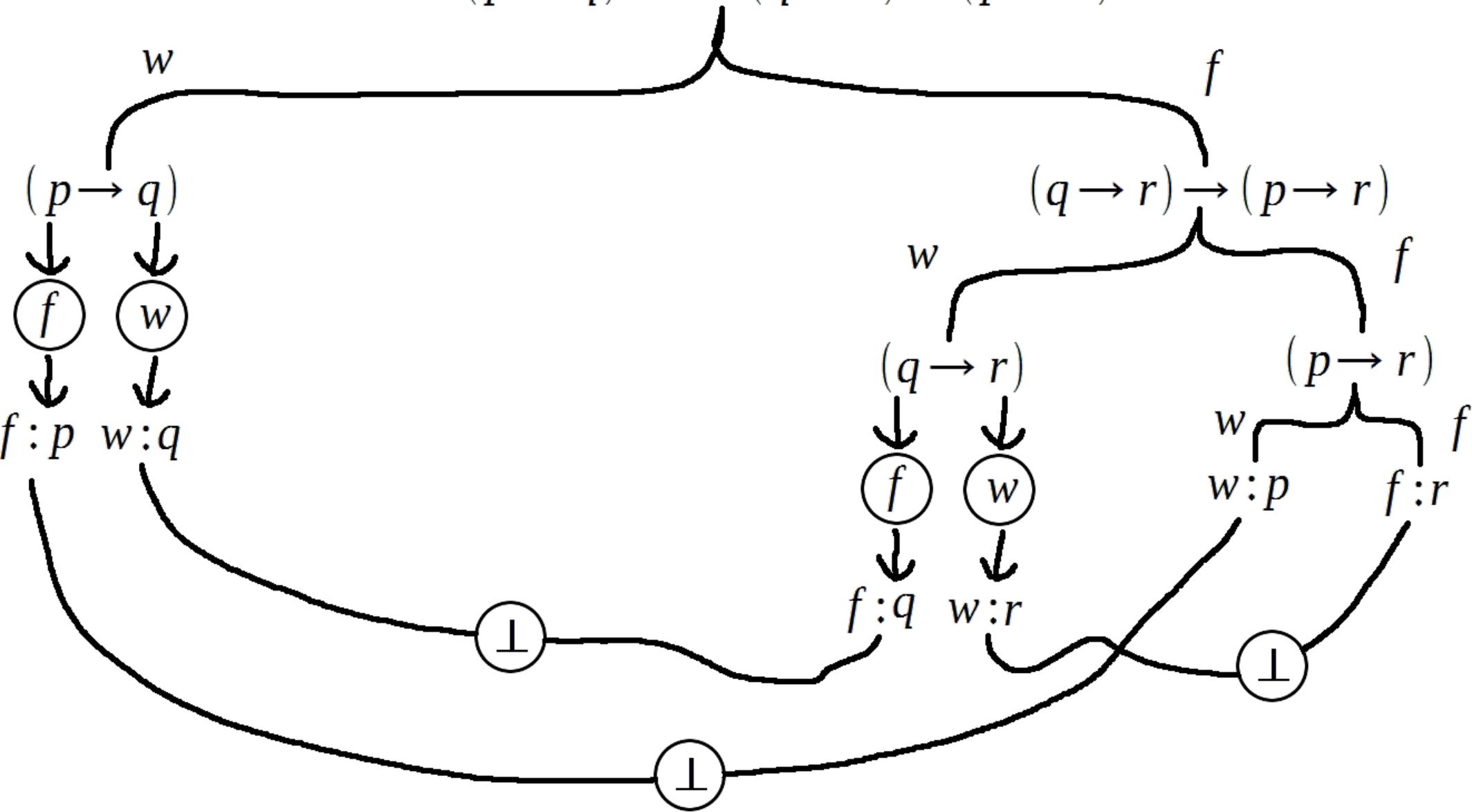
W: \perp

- (2) Prüfen Sie mit Hilfe des Tableaux-Verfahrens, ob
- aus $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ der wfA $p \rightarrow r$ folgt
 - aus $(p \rightarrow q)$ der wfA $(q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$ folgt
- Verwenden Sie hierfür die Baumnotation aus Spies (2004)

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r) \Rightarrow (p \rightarrow r)$$



$$(p \rightarrow q) \Rightarrow (q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)$$



- (3) Konstruieren Sie Tableaux in der Tabellennotation von Partee et al. (1990), um die Gültigkeit der folgenden Folgerungsbeziehungen zu prüfen:
- a. $p \rightarrow (q \rightarrow r), \neg(\neg p \vee r) \models p \wedge \neg q$
 - b. $p \rightarrow q, q \wedge r \models p \wedge q$
 - c. $(p \rightarrow q) \wedge (s \vee t), t \rightarrow q \models (p \rightarrow q) \vee \neg(s \rightarrow q)$

	True		False		
1	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$ $\neg(\neg p \vee r)$		$p \wedge \neg q$		
2			$\neg p \vee r$		aus (1)T
3			$\neg p$		aus (2)F
4			r		aus (2)F
5	p				aus (3)F
6	1) =====	2)	1) p =====	2) $\neg q$	aus (1)F
7					subclosure (6.1)F vs. (5)T
8	q				aus (6.2)F
9	1) =====	2) $q \rightarrow r$	1) p =====	2)	aus (1)T
10					subclosure (9.2.1)F vs. (5)T
11		1) 2) r		1) q 2)	aus (9.2.2)T
12		=====		=====	subclosure (11.2.2.1)F vs. (8)T
13		=====		=====	subclosure (11.2.2.2)T vs. (4)F
					closure

	True				False				
1	$(p \rightarrow q) \wedge (s \vee t)$ $t \rightarrow q$				$(p \rightarrow q) \vee \neg(s \rightarrow q)$				
2					$p \rightarrow q$				aus (1)F
3					$\neg(s \rightarrow q)$				aus (1)F
4	$s \rightarrow q$								aus (3)F
5	$p \rightarrow q$								aus (1)T
6	$s \vee t$								aus (1)T
7	p								aus (2)F
8					q				aus (2)F
9	1)		2) q		1) p		2)		aus (5)T
10			=====				=====		subclosure (9.2)T vs. (8)F
11	=====				=====				subclosure (9.1)F vs. (7)T
12	1) s		2) t		1)		2)		aus (6)T
13	1)	2) q	1)	2) q	1) s	2)	1) s	2)	aus (4)T
14		=====		=====		=====		=====	subclosure (13.2)T vs. (8)F
15	=====				=====				subclosure (13.1.1)F vs. (12.1)T
16			1)	2) q			1) t	2)	aus (1)T
17				=====				=====	subclosure (16.2.1.2)T vs. (8)F
18			=====				=====		subclosure (16.2.1.1)F vs. (12.2)T

(4) Formen Sie den wfA $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ in eine DNF und in eine KNF um.

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r)$						
1	1	1	1	1	1						$(p \wedge q \wedge r) \vee$
1	1	0	1	0	0						
1	0	1	0	1	1						$(p \wedge \neg q \wedge r) \vee$
1	0	0	0	1	1						$(p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee$
0	1	1	1	1	1						$(\neg p \wedge q \wedge r) \vee$
0	1	0	1	0	0						
0	0	1	1	1	1						$(\neg p \wedge \neg q \wedge r) \vee$
0	0	0	1	1	1						$(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r)$

- (5) Bearbeiten Sie mit dem Resolutionsverfahren folgende Vorab-Diagnose für einen Patienten, der in ein Krankenhaus eingeliefert wird:
- c. Wenn eine Vergiftung vorliegt, muss der Magen ausgepumpt werden.
 - d. Wenn keine Vergiftung vorliegt, muss der Körper Prellungen aufweisen.
 - e. Wenn der Körper Prellungen aufweist, sind innere Organe verletzt worden.
 - Leiten Sie aus diesen Regeln (die zunächst in die KNF gebracht werden müssen) Empfehlungen für die weitere Behandlung ab.
 - Nehmen Sie dann an, dass die weiteren Untersuchungen ergeben, dass keine Prellungen vorliegen. Was können die Ärzte daraus folgern? (Hierzu muss das Ergebnis der vorhergehenden Resolutionsschritte um die neue Klausel erweitert werden, bevor die Resolution fortgesetzt wird).